

Κριτήρια ισότητας τριγώνων (σύνθετα θέματα)

1) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$. Αν K, Λ, M είναι τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma A$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $AK = \Lambda M$.

2) Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$, έτσι ώστε $AB < A\Gamma$ και AE διχοτόμος του. Στην πλευρά $A\Gamma$ παίρνουμε σημείο Δ , ώστε $A\Delta = AB$. Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα ABE και ΛDE είναι ίσα,
- β) το τρίγωνο $BE\Delta$ είναι ισοσκελές.

3) Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$ φέρνουμε τις διχοτόμους BM και ΓN . Να αποδείξετε ότι $BM = \Gamma N$.

4) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και έστω $B\Delta$ και ΓE οι διχοτόμοι του. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Gamma E$ και $B\Gamma \Delta$ είναι ίσα.

5) Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με περίμετρο 24 cm. Στις πλευρές του $AB, B\Gamma, \Gamma A$ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία K, Λ, M τέτοια, ώστε:

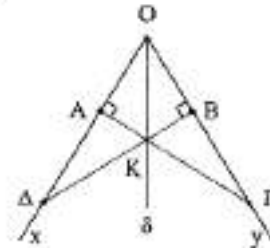
$$AK = \Lambda B = \Gamma M = 3 \text{ cm}$$

- α) Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων AM, BK και $\Gamma \Lambda$.
- β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AKM και $BK\Lambda$ είναι ίσα.
- γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $K\Lambda M$ είναι ισόπλευρο.

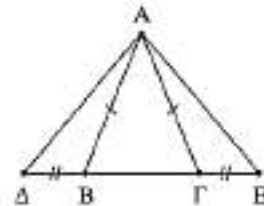
6) Δίνεται γωνία $\chi\hat{O}y$ και K ένα σημείο της διχοτόμου $O\delta$. Τα τμήματα KA και KB είναι κάθετα στις πλευρές Ox και Oy αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι $OA = OB$.
- β) Αν η AK τέμνει την Oy στο Γ και η

β) Αν η AK τέμνει την Oy στο Γ και η BK τέμνει την Ox στο Δ , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα OAG και OBD είναι ίσα.



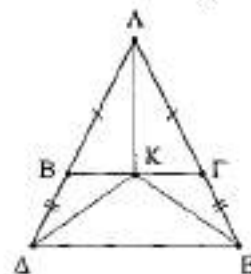
7) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε τη βάση $B\Gamma$ κατά τμήματα $B\Delta = \Gamma E$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



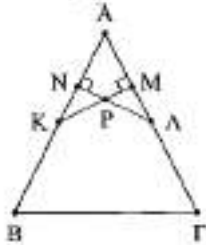
Να αποδείξετε ότι:

- α) $\widehat{A\Delta} = \widehat{A\Gamma E}$,
- β) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα,
- γ) το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές.

8) Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$. Προεκτείνουμε τις ίσες πλευρές AB και $A\Gamma$ κατά τμήματα $B\Delta = \Gamma E$, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Αν AK είναι διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $K\Delta E$ είναι ισοσκελές.



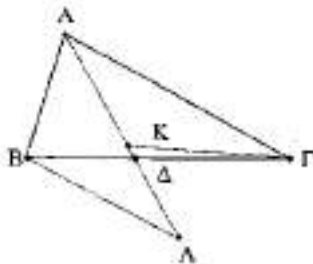
9 Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$ και K, Λ τα μέσα των πλευρών $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα. Φέρουμε το τμήμα KM κάθετο στην $A\Gamma$ και το ΛN κάθετο στην AB , τα οποία τέμνονται στο P .



Να αποδείξετε ότι:

- α) $KM = \Lambda N$,
- β) τα τρίγωνα ANP και AMP είναι ίσα,
- γ) η AP είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{A} .

10 Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$, έτσι ώστε $AB < A\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Πάνω στην ημιευθεία $A\Delta$ παίρνουμε σημεία K και Λ , ώστε $AK = AB$ και $A\Gamma = A\Lambda$.

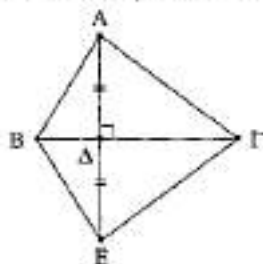


Να αποδείξετε ότι $B\Lambda = \Gamma K$.

11 Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ σχεδιάζουμε τη διάμεσο AM και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $M\Delta = AM$. Να αποδείξετε ότι:

- α) $AB = \Gamma\Delta$,
- β) $A\Gamma = B\Delta$,
- γ) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ είναι ίσα.

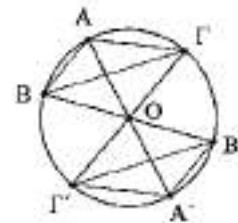
12 Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, προεκτείνουμε το ύψος $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$.



Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $\Delta\Gamma E$ είναι ίσα,
- β) $AB = BE$,
- γ) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Gamma E$ είναι ίσα.

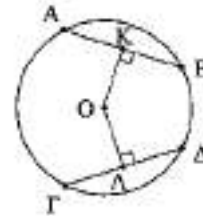
13 Στο παρακάτω σχήμα, οι AA', BB' και $\Gamma\Gamma'$ είναι διαμέτροι του κύκλου που έχει κέντρο το O .



Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα OAB και $OA'B'$ είναι ίσα,
- β) $A\Gamma = A'\Gamma'$,
- γ) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.

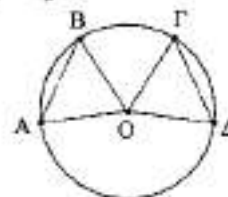
14 Σε έναν κύκλο κέντρου O θεωρούμε δύο ίσες χορδές AB και $\Gamma\Delta$ και τα αποστήματά τους OK και $O\Lambda$ αντίστοιχα.



Να αποδείξετε ότι:

- α) τα K, Λ είναι μέσα των $AB, \Gamma\Delta$ αντίστοιχα,
- β) $OK = O\Lambda$,
- γ) αν οι ευθείες AB και $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο M , τότε $MK = M\Lambda$.

15 Σε κύκλο κέντρου O παίρνουμε δύο ίσες χορδές AB και $\Gamma\Delta$.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα OAB και $O\Gamma\Delta$ είναι ίσα.