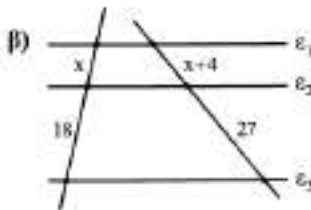
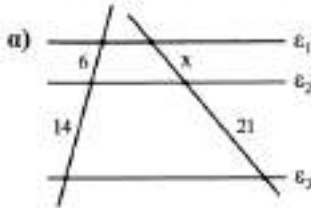
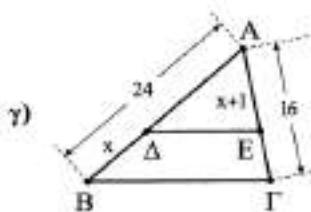
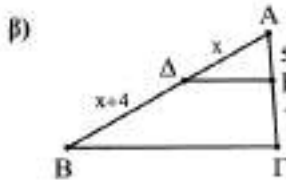
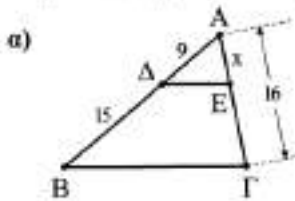


Θεώρημα Θαλή – Όμοια τρίγωνα

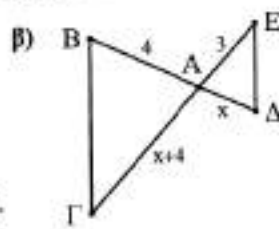
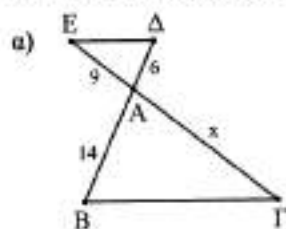
5.9 Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα είναι $\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3$. Να βρείτε τον αριθμό x .



5.10 Σε καθένα από τα επόμενα σχήματα ισχύει $\Delta E // B\Gamma$. Να βρείτε τον αριθμό x .



5.12 Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα είναι $B\Gamma // \Delta E$. Να βρείτε τον αριθμό x .

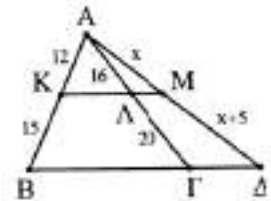


5.13 Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος:

α) να αποδείξετε ότι:

$$K\Lambda // B\Gamma$$

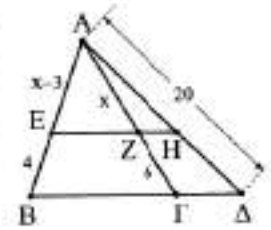
β) να βρείτε το x .



5.14 Στο διπλανό σχήμα είναι $E\text{H} // B\Delta$, $AZ = x$, $A\text{E} = x - 3$, $E\text{B} = 4$, $Z\Gamma = 6$ και $A\Delta = 20$. Να βρείτε:

α) τον αριθμό x ,

β) τα μήκη των τμημάτων $A\text{H}$ και $\text{H}\Delta$.



5.15 Δίνεται κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και τυχαίο σημείο E της διαγωνίου του $A\Gamma$. Από το E φέρουμε παράλληλη στην AB , που τέμνει τη $B\Gamma$ στο H . Επίσης από το E φέρουμε παράλληλη στην $A\Delta$, που τέμνει τη

$\Gamma\Delta$ στο Z . Να αποδείξετε ότι $\frac{\Gamma H}{H B} = \frac{\Gamma Z}{Z \Delta}$.

5.16 Δίνεται κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και σημείο E της πλευράς $B\Gamma$. Από το E φέρουμε παράλληλη στη $B\Delta$, που τέμνει τη $\Gamma\Delta$ στο Z . Επίσης από το E φέρουμε παράλληλη στη BA , που τέμνει τη $B\Delta$ στο H . Αν οι ευθείες ΓH και $B\Lambda$ τέμνονται στο Θ , να αποδείξετε ότι $\Gamma H \cdot Z\Delta = \Gamma Z \cdot H\Theta$.

5.17 Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τυχαίο σημείο Δ της διαμέσου του $A\text{M}$. Από το Δ φέρουμε παράλληλη στην AB , που τέμνει τη $B\Gamma$ στο E . Από το E φέρουμε παράλληλη στη $\Gamma\Delta$, που τέμνει την ευθεία $A\text{M}$ στο Z . Να αποδείξετε ότι $M\Delta^2 = M\Lambda \cdot MZ$.

5.23 Δίνεται κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και έστω Λ, M, N τα μέσα των $\Gamma B, \Gamma A, \Gamma \Delta$ αντίστοιχα. Αν οι $A\Lambda, B\text{M}$ τέμνονται στο E και οι $A\text{N}, \Delta M$ τέμνονται στο Z , να αποδείξετε ότι $E Z // B\Delta$.

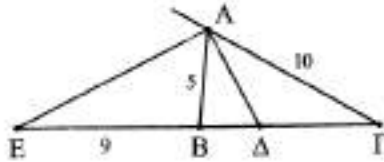
5.24 Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB < A\Gamma$, τυχαίο σημείο Δ της πλευράς $B\Gamma$ και το μέσο E της $B\Delta$. Από το E φέρουμε ευθεία παράλληλη στην AB , που τέμνει την $A\Gamma$ στο Z . Επίσης από το E φέρουμε ευθεία παράλληλη στη ΔZ , που τέμνει την AB στο H και τη ΓA στο Θ . Να αποδείξετε ότι:

α) $\Gamma\Delta \cdot Z\Theta = \Gamma E \cdot Z\Lambda$

β) $\frac{\Gamma E}{\Gamma\Delta} = \frac{\Theta E}{E\text{H}}$

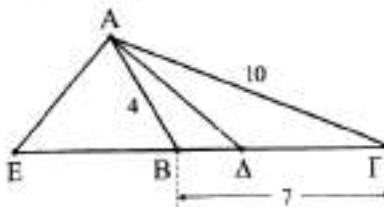
6.7 Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = 8$, $B\Gamma = 10$ και $\Gamma A = 12$. Αν $\Lambda\Delta$ είναι διχοτόμος του τριγώνου $AB\Gamma$, να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΔB και $\Delta\Gamma$.

6.8 Στο παρακάτω σχήμα, οι $\Lambda\Delta$ και ΛE είναι η εσωτερική και εξωτερική διχοτόμος, αντίστοιχα,



του τριγώνου $AB\Gamma$. Αν είναι $AB = 5$, $AG = 10$ και $EB = 9$, να βρείτε τα μήκη των τμημάτων ΔB και $\Delta\Gamma$.

6.9 Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ που ακολουθεί είναι $AB = 4$, $B\Gamma = 7$ και $\Gamma A = 10$, ενώ οι $\Lambda\Delta$ και ΛE είναι η εσωτερική και εξωτερική διχοτόμος αντίστοιχα.



Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων ΔB , $\Delta\Gamma$ και EB .

6.11 Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, η διχοτόμος του $\Lambda\Delta$ και σημείο E της πλευράς AB . Από το E φέρουμε παράλληλη προς τη $B\Gamma$, που τέμνει την $\Lambda\Gamma$ στο Z .

Να αποδείξετε ότι $\frac{AE}{AZ} = \frac{BA}{\Delta\Gamma}$.

6.12 Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = AG$, και σημείο Δ της βάσης $B\Gamma$. Αν ΛE και ΛZ είναι οι διχοτόμοι των γωνιών $\widehat{BA\Delta}$ και $\widehat{\Gamma\Lambda\Delta}$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

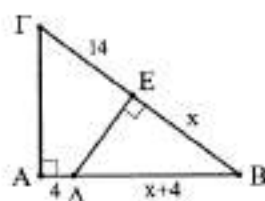
$$E\Delta \cdot Z\Gamma = EB \cdot Z\Delta$$

6.13 Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = AG$, και σημείο Δ της βάσης $B\Gamma$. Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ κατά τμήμα $BE = \Gamma\Delta$. Η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Gamma}$ τέμνει την $\Lambda\Delta$ στο Z και η διχοτόμος της γωνίας \widehat{ABE} τέμνει την ΛE στο H . Να αποδείξετε ότι $ZH \parallel B\Gamma$.

7.20 Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα ύψη του $\Lambda\Delta$ και BE . Να αποδείξετε ότι:

$$\Lambda\Delta \cdot \Gamma E = \Gamma\Delta \cdot BE$$

7.12 Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος:
α) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Delta E$ και $\Lambda B\Gamma$ είναι όμοια,
β) να βρείτε το x .

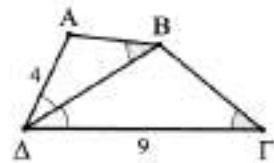


7.15 Στο διπλανό σχήμα ισχύει ότι:

$$\widehat{AB\Delta} = \widehat{B\Gamma\Delta}$$

και η ΔB είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Lambda\Delta\Gamma}$.

Αν $\Lambda\Delta = 4$ και $\Gamma\Delta = 9$, να βρείτε το μήκος του $B\Delta$.



7.16 Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με:

$$AB = AG = 10 \text{ και } B\Gamma = 5$$

Θεωρούμε σημείο Δ της $\Lambda\Gamma$ τέτοιο, ώστε $\widehat{\Gamma B\Delta} = \widehat{\Lambda}$.
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Gamma\Delta$ είναι όμοια.

β) Να υπολογίσετε το τμήμα $\Lambda\Delta$.

7.17 Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $B\Gamma\Delta E$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο κέντρου O και ισχύουν:

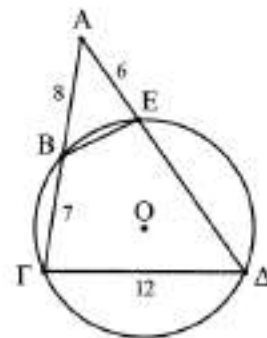
$$AB = 8, \quad B\Gamma = 7$$

$$\Gamma\Delta = 12 \text{ και } EA = 6$$

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\Lambda B E \approx \Lambda \Gamma \Delta$$

β) Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων BE και ΔE .



7.24 Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και μια ευθεία (ϵ) , που διέρχεται από το Λ και δεν τέμνει την πλευρά $B\Gamma$. Από το B φέρουμε παράλληλη στην $\Lambda\Gamma$, που τέμνει την (ϵ) στο E . Από το Γ φέρουμε παράλληλη στην AB , που τέμνει την (ϵ) στο Z . Να αποδείξετε ότι $EB \cdot \Gamma Z = AB \cdot \Lambda\Gamma$.

7.25 Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$, με $\widehat{B} - \widehat{\Gamma} = 90^\circ$, και έστω $\Lambda\Delta$ το ύψος του. Να αποδείξετε ότι:

$$\Lambda\Delta^2 = B\Delta \cdot \Gamma\Delta$$

Άσσεις

5.9 α) $x = 9$. β) $x = 8$.

5.10 α) $x = 6$. β) $x = 10$. γ) $x = 9$. δ) $x = 6$.

5.12 α) $x = 21$. β) $x = 2$.

5.13 α) Ισχύει ότι $\frac{AK}{KB} = \frac{AL}{\Lambda\Gamma} = \frac{4}{5}$. β) $x = 20$.

5.14 α) $x = 9$. β) $\Lambda H = 12$ και $H\Delta = 8$.

5.15 Ισχύουν τα εξής:

• $E H \parallel A B$, άρα $\frac{\Gamma H}{H B} = \frac{\Gamma E}{E A}$ (1)

• $E Z \parallel \Lambda \Delta$, άρα $\frac{\Gamma Z}{Z \Delta} = \frac{\Gamma E}{E A}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει το ζητούμενο.