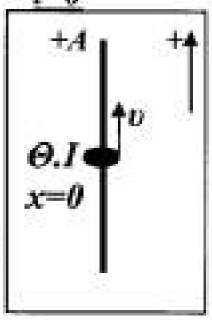
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΦΑΣΗΣ

Έχουμε ήδη αναφέρει, η αρχική φάση φ_o, σε μια α.α.τ. εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες (θέση και φορά κίνησης την $t=0$)
Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A.
Έστω x, η απομάκρυνσή του, υ η ταχύτητά του και φ_o η αρχική του φάση.

1^o: *Δείξτε: αν για* $t=0$: $x=0$ *και* $\upsilon>0$ *τότε* $\varphi_o=0$

Απόδειξη:

t=0



Στην $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_o)$, για t=0: $0 = A\,\eta\mu\varphi_o$
από όπου $\eta\mu\varphi_o = 0$ άρα $\varphi_o = k\pi$
Υποθέτοντας $0 \le \varphi_o < 2\pi$ προκύπτει: $\varphi_o=0$ ή $\varphi_o=\pi$
Από $\upsilon = \upsilon_{max}\,\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi o)$ για t=0:
$\upsilon = \upsilon_{max}\,\sigma\upsilon\nu\varphi_o > 0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_o>0$
Επειδή *συν0* >0, ενώ *συνπ <0*, προκύπτει ότι $\varphi_o = 0$

2^o: *Δείξτε:* αν *για* $t=0$: $x=+A$, *τότε* $\varphi_o=\dfrac{\pi}{2}$ (*)

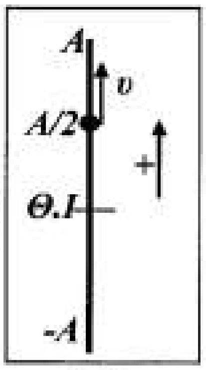
Απόδειξη

Στην $x = A\eta\mu(\omega t+\varphi_o)$ για t=0: $A= A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o=1$

$$\Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \eta\mu\frac{\pi}{2} \Rightarrow \quad \varphi_o = 2k\pi + \frac{\pi}{2}.$$

Υποθέτοντας ότι: $0\le\varphi_o < 2\pi$, προκύπτει ότι: $\varphi_o = \dfrac{\pi}{2}$

3^o: *Δείξτε: αν για* $t=0$: $x=+\dfrac{A}{2}$ και $\upsilon>0$, *τότε:* $\varphi_o=\dfrac{\pi}{6}$ (*)



Απόδειξη:

Στην $x =A\,\eta\mu(\omega t+\varphi_o)$ για t = 0: $\dfrac{A}{2}=A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o=\dfrac{1}{2}=\eta\mu\dfrac{\pi}{6}$

από όπου: $\varphi_o=2k\pi+\dfrac{\pi}{6}$ (I) $\longrightarrow$ για k=0: $\varphi_o=\dfrac{\pi}{6}$

και $\varphi_o=2k\pi+\pi-\dfrac{\pi}{6}$ (II) $\longrightarrow$ για k=0: $\varphi_o=\dfrac{5\pi}{6}$

Υποθέτουμε: $0\le\varphi_o < 2\pi$

Όμως $\upsilon=\upsilon_{max}\,\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o)$, *για* t=0: $\upsilon=\upsilon_{max}\,\sigma\upsilon\nu\varphi_o>0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_o>0$.

Επειδή $\sigma\upsilon\nu(\pi/6) > 0$, ενώ $\sigma\upsilon\nu(5\pi/6)<0$, προκύπτει: $\varphi_o=\dfrac{\pi}{6}$

Παρατήρηση: Συνήθως απαιτούμε: $0 \leq \varphi_o < 2\pi$.
Αυτό όμως δεν είναι δεσμευτικό.
Δεν είναι λάθος η αρχική φάση να έχει αρνητική τιμή.

Π.χ. Η εξίσωση $x = A\, \eta\mu(\omega t + \frac{3\pi}{2})$, μπορεί να γραφεί ισοδύναμα:

$$x = A\, \eta\mu\, (\omega t - \frac{\pi}{2})$$

6. Η ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΝ ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Από $F = ma$ *και* $\alpha = -\omega^2 A\, \eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ *προκύπτει:*

$$F = -m\, \omega^2 A\, \eta\mu(\omega t + \varphi_o)$$

Θέτω: $m\omega^2 = D$ (***σταθερή επαναφοράς***) *και* $A\, \eta\mu(\omega t + \varphi_o) = x$

Έτσι: $\boxed{F = -D\, x}$ ***(Συνθήκη για την α.α.τ.)***

Συνθήκη α.α.τ.: *"Όταν ένα σώμα κάνει α.α.τ. η ολική δύναμη που ασκείται πάνω του είναι ανάλογη με την απομάκρυνση και έχει πάντα φορά προς την θέση ισορροπίας".*

Σχόλια:

α) Ισχύει και το αντίστροφο της πρότασης που διατυπώσαμε προηγουμένως :
" Αν σε ένα σώμα ασκείται μία δύναμη, η οποία είναι ανάλογη της απόστασης από την θέση ισορροπίας του και κατευθύνεται πάντα προς αυτή, η κίνηση του σώματος είναι α.α.τ."

β) Η *F*, ονομάζεται ***δύναμη επαναφοράς.***
Η φορά της είναι πάντα προς την θέση ισορροπίας.
Στην θέση ισορροπίας η *F*, μηδενίζεται, ενώ στις ακραίες θέσεις γίνεται μέγιστη κατά απόλυτη τιμή. $F_{max} = DA$.

γ) Αν στο σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις, γράφουμε:

$$\boxed{\Sigma F = -D\, x}$$

δ) Η σταθερή $D = m\omega^2$, εξαρτάται από τα ***φυσικά χαρακτηριστικά*** του συστήματος που ταλαντώνεται.